



UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS  
PROGRAMA ACADÉMICO DE MATEMÁTICAS  
FORMATO SYLLABUS  
PLAN DE ESTUDIOS 298  
VERSIÓN: 2022

RESOLUCIÓN ACREDITACIÓN DE ALTA CALIDAD No. 007575 DE JULIO DE 2019

**FACULTAD:** Ciencias Matemáticas y Naturales

**NOMBRE DEL DOCENTE:**

**ÁREA DE FORMACIÓN:** Electiva de profundización

**NOMBRE DEL ESPACIO ACADÉMICO:** Seminario Avanzado de Álgebra

**TIPO DE ESPACIO:** Teórico (X) Práctico ( ) Teo-prac ( ) Obligatorio (X) Electivo ( )

**CÓDIGO:** SIN CÓDIGO

**NÚMERO DE CRÉDITOS:** 4

**HORARIO:** Total Horas Semanales Lectivas: \_\_

DÍA: \_\_\_\_\_ HORA: \_\_\_\_\_ SALÓN: \_\_\_\_\_

DÍA: \_\_\_\_\_ HORA: \_\_\_\_\_ SALÓN: \_\_\_\_\_

DÍA: \_\_\_\_\_ HORA: \_\_\_\_\_ SALÓN: \_\_\_\_\_

### 1. JUSTIFICACIÓN DEL ESPACIO ACADÉMICO

El concepto de módulo surge por primera vez en un trabajo de Dedekind en el año 1871, pero no tal y como lo estudiamos hoy, para él los módulos se correspondían con lo que en terminología actual se conoce como  $Z$ -submódulos de  $C$ . El primero que da ejemplos de módulos sobre anillos distintos de  $Z$  es Kronecker. Fue alrededor de 1920 que la algebrista Noether usa la noción de módulo de manera abstracta, con un anillo como dominio de operadores, y de reconocer su potencial. En sus inicios, los módulos fueron utilizados en el estudio de la teoría de representación de álgebras, pero fue hacia 1950, con la llegada del álgebra homológica que la teoría de módulos adquirió gran importancia.

### 2. PRERREQUISITOS (Contenidos)

Para este curso se sugiere tener conceptos del álgebra lineal y estructuras algebraicas (grupos, anillos).

### 3. DESCRIPCIÓN DEL ESPACIO ACADÉMICO



En este curso se presentan los resultados básicos de la teoría de módulos como son el teorema del refinamiento de Schreier, el teorema de Jordan-Hölder y el teorema de Krull-Schmidt. Se estudiarán los módulos artinianos y noetherianos y se probarán resultados importantes en términos de estos módulos, entre ellos: un módulo es artiniano y noetheriano si y sólo si admite una serie de composición. Así mismo se estudia la indescomponibilidad de módulos. En el caso de que un módulo se pueda descomponer en submódulos indescomponibles, la pregunta natural que surge es si esta descomposición es única. Dicha unicidad, cuando el módulo es artiniano y noetheriano, es la que establece el teorema de Krull-Schmidt. Finalmente, se mostrará cómo esta teoría es usada en la teoría de representaciones de álgebras.

## **4. OBJETIVOS**

### **4.1 GENERAL**

- Desarrollar en el estudiante habilidades en el manejo teórico y aplicado de las diversas temáticas de módulos, reconociendo y valorando la interacción de esta teoría con otras ramas de la matemática.

### **4.2 ESPECÍFICOS**

- Propiciar en el estudiante acciones concretas para que pueda expresar sus ideas matemáticas mediante el uso de un lenguaje simbólico adecuado.
- Preparar al estudiante para cursos posteriores en el estudio formal de la disciplina matemática.
- Fomentar en el estudiante el hábito de complementar sus conocimientos con una correcta utilización y un uso óptimo de las fuentes de información como estrategia para su formación.
- Presentar modelos para problemas con Teoría de módulos.

## **5. UNIDADES TEMÁTICAS Y/O PROBLEMÁTICAS**

- Submódulos
- Módulos cocientes
- Homomorfismos
- El grupo  $\text{Hom}_A(N, M)$
- Módulos libres
- Módulos proyectivos
- Módulos inyectivos
- Introducción a la teoría de representaciones de álgebras



## 6. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

Clases magistrales alternadas con sesiones de ejercicios y problemas en trabajo cooperativo. Cada tema se presenta de manera concisa con suficientes ejemplos ilustrativos. Es indispensable la generación y construcción de resultados fundamentales en la teoría y su demostración rigurosa.

Basado en el sistema de créditos, la distribución de la dedicación horaria del estudiante para este espacio académico es la siguiente:

HORAS			Horas profesor/s emana	Horas Estudiante/sem ana	Total Horas Estudiante/semestre	Créditos
TD	TC	TA	(TD + TC)	(TD + TC +TA)	X 16 semanas	

### **Convenciones:**

*TD: Trabajo Presencial Directo; trabajo de aula con plenaria de todos los estudiantes.*

*TC: Trabajo Mediado cooperativo; Trabajo de tutoría del docente a pequeños grupos o de forma individual a los estudiantes.*

*TA: Trabajo Autónomo; Trabajo del estudiante sin presencia del docente, que se puede realizar en distintas instancias: en grupos de trabajo o en forma individual, en casa o en biblioteca, laboratorio, etc.)*

## 7. RECURSOS

### 7.1 TEXTO GUÍA

- T. Y. Lam, Lectures on modules and rings, Graduate Texts in Mathematics, 189 Springer-Verlag, New York (1999).

### 7.2 TEXTOS COMPLEMENTARIOS

- Assem, D. Simson, and A. Skowronski, Elements of the Representation Theory of Associative Algebras, Cambridge University Press, Cambridge UK, 2006.
- S. Lang, Algebra, Springer-Verlag New York, Inc. (2002).
- Lezama, O. Cuadernos de álgebra N°3. Módulos. Universidad Nacional de Colombia. 2017



- J. Rotman, An introduction to homological algebra. Second edition. Springer New York (2009).

### 7.3 REVISTAS

- Journal of Algebra.  
<https://www.journals.elsevier.com/journal-of-algebra>
- Journal of Algebra and its Applications.  
<https://www.worldscientific.com/worldscinet/jaa>
- Communications in Algebra.  
<https://www.worldscientific.com/worldscinet/jaa>

### 7.4 DIRECCIONES DE INTERNET

- Cuadernos de álgebra. Profesor Oswaldo Lezama.  
<https://sites.google.com/a/unal.edu.co/sac2/cuadernos-de-algebra>
- Representations of finite dimensional algebras. Professor William Crawley.  
<https://www.math.uni-bielefeld.de/~wcrawley/1920noncommalg2/NA2.pdf>

### 7.5 MULTIMEDIA

### 7.6 MOODLE O PLATAFORMA ACADÉMICA

- Enlace moodle: <https://aulasciencias.udistrital.edu.co/login/index.php>

### 7.7 SOFTWARE ESPECIALIZADO

- SINGULAR  
<https://www.singular.uni-kl.de/>
- Representations Finite Gentle Algebras.  
<https://www.math.uni-bielefeld.de/~jgeuenich/string-applet/>



## 8. ORGANIZACIÓN /TIEMPO

- **Semana 1,2,3.** Módulos, submódulos, módulos cocientes, homomorfismos, el grupo  $\text{Hom}_A(M,N)$ , suma directa de módulos.
- **Semana 4,5,6.** Módulos libres: definición y caracterizaciones, cardinalidad de las bases, módulos libres y homomorfismos.
- **Semana 7,8,9,10.** Módulos proyectivos: definición y caracterizaciones, módulos invertibles y teorema de la base dual. Anillos hereditarios y semihereditarios, anillos artinianos hereditarios.
- **Semana 11,12,13.** Módulos inyectivos: definición y caracterizaciones, inyectividad versus divisibilidad, módulos inyectivos sobre anillos noetherianos, módulos inyectivos sobre anillos artinianos.
- **Semana 14,15,16.** Introducción a la teoría de representaciones: representaciones de quivers y posets (conjuntos parcialmente ordenados). Ejemplos.

## 9. EVALUACIÓN (Especificar porcentajes y formas de evaluación)

La evaluación debe ser coherente con la metodología. Para incentivar el estudio permanente y cultivar la disciplina, se recomiendan pruebas escritas cortas y frecuentes. Los estudiantes deben iniciarse en la aplicación de las formas de lenguaje, expresión y argumentación. La Universidad tiene reglamentado tres cortes:

1er corte: 35%	Fecha:
2do corte: 35%	Fecha:
3er corte: 30%	Fecha: